XI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

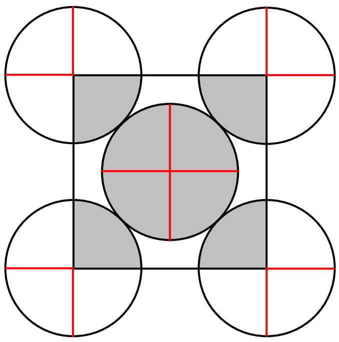
19 de noviembre de 2011

PRUEBA POR EQUIPOS 1º y 2º de E.S.O. (45 minutos)

1. Antonio escribe en la pizarra un número N de cinco cifras. Marta copia el número de Antonio y le añade un 1 a la derecha y obtiene un número de seis cifras. Elena toma también el número de Antonio y le añade un 1 a la izquierda, obteniendo otro número de seis cifras. Si resulta que el número que escribió Marta es el triple del que escribió Elena, ¿cuál era el número N que escribió Antonio?
Como $3 \cdot 1abcde = abcde1$. Operando se va deduciendo que $e = 7$, $d = 5$, $c = 8$, $b = 2$, $a = 4$.
El número buscado es N = 42857.
También se puede plantear así:
3·(100 000 + 10 000a + 1000b + 100c + 10d + e) = 100 000a + 10 000b + 1000c + 100d + 10e + 1) ⇒
299 999 = 70 000a + 7000b + 700c + 70d + 7e Simplificando por 7 se obtiene:
42 857 = 10 000a + 1000b + 100c + 10d + e = [abcde] el número buscado.

2. Encuentra todos los números enteros positivos "*a*", menores que 25, tales que $a \cdot (a+1) \cdot (a+2)$ sea múltiplo de 84.
Como $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$. De los tres números consecutivos que buscamos, uno ha de ser múltiplo de 7.
6, 7, 8; 7, 8, 9; 12, 13, 14; 14, 15, 16; 19, 20, 21; 20, 21, 22;
Los números *a* buscados son: 6, 7, 12, 14, 19 y 20.

3. Los cinco círculos de la figura tienen el mismo radio y se tocan como puedes observar. Los vértices del cuadrado son los centros de los cuatro círculos exteriores. ¿Cuál es el cociente entre el área de la zona sombreada y el área de la zona no sombreada ocupada por los cinco círculos?
Hay 8 cuartos de círculo sombreados y 12 no sombreados de los 20 que hay en total. Por lo que el cociente es 8/12 = 2/3.



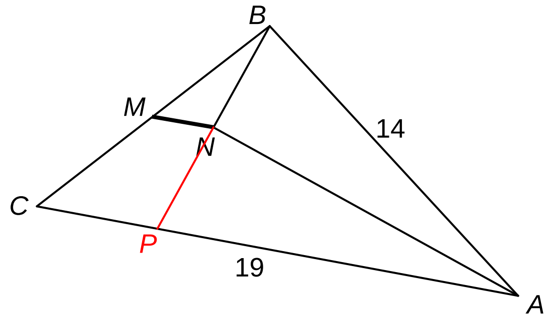
XI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

19 de noviembre de 2011

PRUEBA POR EQUIPOS 3º y 4º de E.S.O. (45 minutos)

1. En el triángulo *ABC* de la figura, *M* es el punto medio del lado *BC*, *AN* es bisectriz del ángulo $\hat{A}$ y *BN* es perpendicular a *AN*. Si los lados *AB* y *AC* miden 14 y 19, respectivamente, calcula la longitud de *NM*.

Trazamos el segmento *NP* y obtenemos un triángulo isósceles *ABP* y otro triángulo *CPB* del que *MN* es la paralela media. Como $CP = 19 - 14 = 5 = 2\cdot MN$ se obtiene $MN = 5/2$.

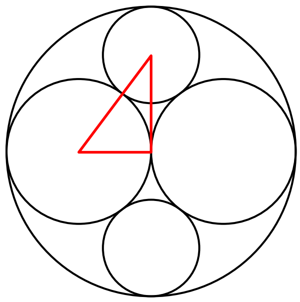


2. Si $16^x - 16^y = 192$ y $4^x - 4^y = 8$, calcula el par (x, y).

$16^x - 16^y = 4^{2x} - 4^{2y} = (4^x - 4^y)\cdot (4^x + 4^y) \rightarrow 192 = 8\cdot(4^x + 4^y) \rightarrow (4^x + 4^y) = 24 \rightarrow 2\cdot 4^x = 32 \rightarrow x = 2, y = 3/2$

3. En el dibujo de la figura hay cinco circunferencias: 2 pequeñas iguales, 2 medianas también iguales y una grande. Las dos medianas son tangentes entre sí, las dos pequeñas son tangentes a las medianas y la grande es tangente a las otras cuatro. Calcula el cociente entre el radio de las pequeñas y el radio de la grande.

Si llamamos *x, y, z* a los radios de las circunferencias (de menor a mayor), se obtiene: $(y + x)^2 = y^2 + (z - x)^2 \rightarrow 2xy = z^2 - 2xz$.
Pero $z = 2y$, lo que nos lleva a: $xz = z^2 - 2xz \rightarrow z = 3x \Rightarrow x/z = 1/3$ o $z/x = 3$.



XI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

19 de noviembre de 2011

PRUEBA POR EQUIPOS Bachillerato. (45 minutos)

1. Calcula la siguiente suma de 2011 sumandos en los que únicamente se utiliza la cifra 7. Cada sumando tiene una cifra más que el anterior.

$$7 + 77 + 777 + 7\,777 + 77\,777 + \ldots + 777\ldots7$$

7 + 77 + 777 +…+ 777…7 = (7/9)(9 + 99 + 999 +…+999…9) = (7/9)(10 + 100 +…+ 100…0 – 2011) =
= (7/9)(111…1109099) = 7·1234567901234567890…01011 = 864197530864197530…8641975307077

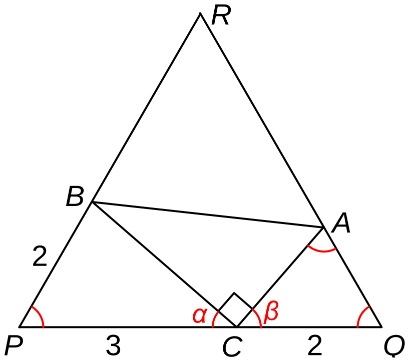
2. Completa este cuadro colocando en cada cuadrícula el dígito adecuado.
(Todas las respuestas son números de 3 cifras, por lo que no pueden empezar por cero)

Horizontales:
1. Múltiplo de 8.
2. Factorial de cierto número.
3. Producto de primos consecutivos.

Verticales:
A. Múltiplo de 11.
B. Potencia de 2. (2^n en donde n es un entero positivo).
C. Múltiplo de 11.

	A	*B*	*C*
1	4	1	6
2	7	2	0
3	3	8	5

3. El triángulo rectángulo *ABC*, de hipotenusa *AB*, está inscrito en el triángulo equilátero *PQR*, como se muestra en la figura. Si *PC* = 3, *BP* = *CQ* = 2, calcula *AQ*.



En el triángulo *PCB* por el teorema del coseno:

$BC^2 = 2^2 + 3^2 - 2\cdot2\cdot3\cdot\cos 60º = 4 + 9 - 6 = 7 \rightarrow BC = \sqrt{7}$.

$$\cos\alpha = \frac{3^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2 - 2^2}{2\cdot3\cdot\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

Como α y β son complementarios, cos α = sen β = $\frac{2}{\sqrt{7}}$

En el triángulo *CQA*: $sen\hat{A} = sen(180º - \beta - 60º) = sen[(180º - \beta) - 60º] =$

$$= sen\beta\cdot\cos 60º - (-\cos\beta)\cdot sen 60º = \frac{2}{\sqrt{7}}\cdot\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{2\sqrt{7}}$$

Aplicando el teorema de los senos: $\frac{2}{sen\hat{A}} = \frac{AQ}{sen\beta} \Rightarrow AQ = \frac{2\cdot sen\beta}{sen\hat{A}} = \frac{2\cdot\frac{2}{\sqrt{7}}}{\frac{5}{2\sqrt{7}}} = \frac{8}{5}$

XI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

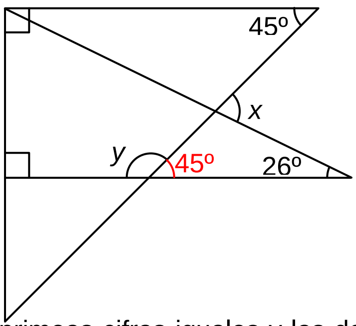
19 de noviembre de 2011

PRUEBA INDIVIDUAL **1º y 2º de E.S.O.** (90 minutos)

1. En mi colegio hay un/a estudiante que se llama Yik. Deduce, de las siguientes pistas, si Yik es un chico o una chica.
Si Yik es un chico entonces es más joven que Joaquín.
Si Yik tiene 13 años entonces es una chica.
Si Yik no tiene 13 años entonces tiene más o el mismo número de años que Joaquín.
¿Es Yik un chico o una chica? Justifícalo.

Es una chica, porque si fuera un chico no puede tener 13 años (porque sería chica) y en este caso se contradicen la primera y la tercera premisas.

2. En el dibujo de la figura determina la medida de los ángulos *x* e *y*.

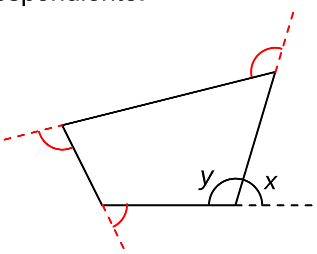


X = 45º + 26º = 71º
Y = 180º - 45º = 135º

3. Encuentra todos los números de cuatro cifras de la forma *aabb*, (las dos primeas cifras iguales y las dos últimas también) que sean cuadrado perfecto. Si consideras que no hay ninguno debes justificar por qué.
Como [*aabb* = a·(1100) + b·11 = 11·(100a + b) = 11·[a0b]. El número [a0b] tiene que ser múltiplo de 11, por lo que $a + b = 11$ y además [a0b] = 11·k^2.
Las posibilidades son: 209 = 11·19, 308 = 11·28, 407 = 11·37, 506 = 11·46, 605 = 11·55, 704 = 11·64, 803 = 11·73 y 902 = 11·82.
La única válida es 704 = 11·64 y por lo tanto la única solución es 11·704 = 7744 = 88^2.

4. En un polígono cualquiera, llamamos "*ángulo exterior*" del polígono al determinado por un lado y la prolongación de otro lado adyacente, es decir, al suplementario del interior correspondiente.

Por ejemplo, en la figura el ángulo *x* es exterior, pues es suplementario del ángulo interior *y*.



¿Cuánto suman los ángulos exteriores de un polígono de 2011 lados?

La suma de los ángulos exteriores de cualquier polígono es 360º porque si los trasladamos haciendo coincidir sus vértices, se completa una circunferencia. En los polígonos cóncavos hay ángulos exteriores negativos, que son suplementarios de los ángulos interiores mayores que 180º.

5. Entre los 5000 primeros números enteros positivos, ¿cuántos son divisibles por 2, 3, 5 y 7 a la vez?

El mcm de 2, 3, 5 y 7 es 210. Todos los múltiplos de 210 menores o iguales que 5000 lo serán también de 2, 3, 5 y 7 a la vez. Como 5000 = 210 × 23 + 170, sólo hay 23 números que lo cumplen.

XI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

19 de noviembre de 2011

PRUEBA INDIVIDUAL **3º y 4º de E.S.O.** (90 minutos)

1. N es un entero positivo que verifica $N^2 - 2000$ es un cuadrado perfecto. Halla todos los posibles valores de N.

$N^2 - 2000 = k^2 \rightarrow N^2 - k^2 = 2000 \rightarrow (N + k)(N - k) = 2^4 \cdot 5^3$.

Como $(N + k)$ y $(N - k)$ son de la misma paridad, han de ser los dos pares para que su producto sea par.

Si $(N - k) = 2$, $(N + k) = 1000 \rightarrow N = 501$ y $k = 499$.

Si $(N - k) = 2^2$, $(N + k) = 500 \rightarrow N = 252$ y $k = 248$.

Si $(N - k) = 2^3$, $(N + k) = 250 \rightarrow N = 129$ y $k = 121$.

Si $(N - k) = 2 \cdot 5$, $(N + k) = 200 \rightarrow N = 105$ y $k = 95$.

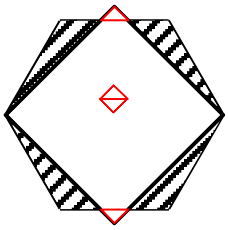
Si $(N - k) = 2^2 \cdot 5$, $(N + k) = 100 \rightarrow N = 60$ y $k = 40$.

Si $(N - k) = 2^3 \cdot 5$, $(N + k) = 50 \rightarrow N = 45$ y $k = 5$.

Y ya no existen más posibilidades, puesto que $(N + k)$ es mayor que $(N - k)$.

Luego todos los valores posibles de N **son:** 45, 60, 105, 129, 252 y 501

2. En la figura se observa un hexágono regular y un cuadrado cuya diagonal coincide con la diagonal mayor del hexágono. ¿Qué fracción del área del hexágono no tapa el cuadrado?



Si x es el lado del hexágono, la diagonal del cuadrado es $2x$.

El área del hexágono es $S_1 = 6 \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot x^2}{4} = \frac{3\sqrt{3} \cdot x^2}{2}$

El área del cuadrado es $S_2 = 2x^2$ La apotema del hexágono es $a = \frac{\sqrt{3}}{2} x$

La altura de los triángulos isósceles y rectángulos que sobresalen del hexágono es $h = x - a = x \frac{2-\sqrt{3}}{2}$

El área de los dos triangulitos, que forman un cuadrado, es $S_3 = x^2 \cdot \frac{(2-\sqrt{3})^2}{2} = x^2 \cdot \frac{7-4\sqrt{3}}{2}$

El área tapada es $S_2 - S_3 = x^2 \cdot \frac{4\sqrt{3}-3}{2}$

La fracción pedida es $\frac{S_1 - (S_2 - S_3)}{S_1} = 1 - \frac{4\sqrt{3}-3}{3\sqrt{3}} = 1 - \frac{12-3\sqrt{3}}{9} = 1 - \frac{4-\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}-1}{3}$.

3. ¿Cuál es el menor entero positivo que puede expresarse como suma de 9, de 10 y de 11 enteros consecutivos?

$(x - 4) + (x - 3) + (x - 2) + (x - 1) + x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) = 9x = k$

$(z - 4{,}5) + (z - 3{,}5) + (z - 2{,}5) + (z - 1{,}5) + (z - 0{,}5) + (z + 0{,}5) + (z + 1{,}5) + (z + 2{,}5) + (z + 3{,}5) + (z + 4{,}5) =$
$= 10z = k$. En donde $z = t/2 \rightarrow 5t = k$

$(y - 5) + (y - 4) + (y - 3) + (y - 2) + (y - 1) + y + (y + 1) + (y + 2) + (y + 3) + (y + 4) + (y + 5) = 11y = k$

Como x, t, y, k son números enteros, k ha de ser múltiplo de 5, 9, y 11 y el menor de ellos es su mínimo común múltiplo, es decir, 495.

51 + 52 + 53 + 54 + 55 + 56 + 57 + 58 + 59 = 495

45 + 46 + 47 + 48 + 49 + 50 + 51 + 52 + 53 + 54 = 495

40 + 41 + 42 + 43 + 44 + 45 + 46 + 47 + 48 + 49 + 50 = 495

4. Un triángulo equilátero y un círculo tienen el mismo centro. Si el área de la parte del triángulo que cae fuera del círculo es igual que el área de la parte del círculo que cae fuera del triángulo, calcula el cociente entre el lado del triángulo y el radio del círculo.

Como la parte común es la misma y el área de las partes no comunes también es la misma, el círculo y el triángulo han de tener la misma área.

$$\pi \cdot r^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2 \Rightarrow \frac{l^2}{r^2} = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{l}{r} = \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt[4]{3}}.$$

5. A es el menor entero positivo tal que $10 \cdot A$ es un cuadrado perfecto y $6 \cdot A$ es un cubo perfecto. ¿Cuántos divisores (positivos) tiene A?

Como $2 \cdot 5 \cdot A = x^2$ y $2 \cdot 3 \cdot A = y^3$, En la descomposición de $10A$ y $6A$ todos los factores primos han de tener exponentes múltiplos de 2 y de 3, respectivamente. Luego $A = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3 = 36000$.

Así $10A = 360000 = 600^2$ y $6A = 216000 = 60^3$.

XI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

19 de noviembre de 2011

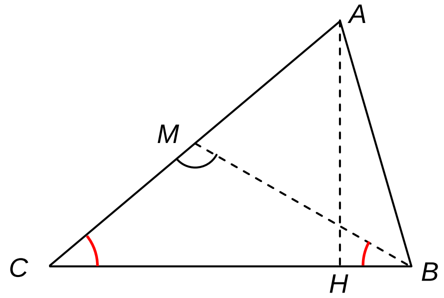
PRUEBA INDIVIDUAL Bachillerato (90 minutos)

1. ¿Hay algún triángulo rectángulo cuyos lados estén en progresión aritmética que no sea semejante al de lados 3, 4 y 5? Justifica la respuesta.
Sean $x - d$, x, $x + d$ los lados del triángulo rectángulo, entonces $(x - d)^2 + x^2 = (x + d)^2 \rightarrow 4d = x$.
Los lados han de ser $(3/4)x$, x, $(5/4)x$ que son proporcionales a 3, 4 y 5.

2. El número $N = 85^9 - 21^9 + 6^9$ es divisible por un entero comprendido entre 2000 y 3000. ¿De qué entero se trata?
Como $(x^9 - y^9) = (x - y)\cdot(x^8 + x^7y + x^6y^2 + x^5y^3 + \ldots + xy^7 + y^8)$ podemos descomponer N así:
$N = (85 - 21)\cdot(85^8 + 85^7\cdot 21 + 85^6\cdot 21^2 + \ldots + 21^8) + 2^6\cdot 2^3 = 64\cdot(85^8 + 85^7\cdot 21 + \ldots + 21^8 + 2^3)$ Por lo tanto 64 es un divisor de N.
85^9 es múltiplo de 5. 21^9 acaba en 1. 6^9 acaba en 6, por lo tanto $21^9 - 6^9$ es múltiplo de 5. La diferencia de dos múltiplos de 5 es, evidentemente, un múltiplo de 5. Por lo tanto N es múltiplo de 5.
Por otra parte 21^9 es múltiplo de 7.
$85^9 = (84 + 1)^9 = 84^9 + 9\cdot 84^8 + \ldots + 9\cdot 84 + 1 = 7k + 1$ ya que 84 es múltiplo de 7.
$6^9 = (7 - 1)^9 = 7^9 - 9\cdot 7^8 + 36\cdot 7^7 - \ldots + 9\cdot 7 - 1 = 7h - 1$ por lo tanto $85^9 + 6^9 = 7k + 1 + 7h - 1 = 7(k - h)$.
Como consecuencia N es múltiplo de 7.
También se puede proceder como en el primer caso.
$N = (85 + 6)\cdot(85^8 + 85^7\cdot 6 + 85^6\cdot 6^2 + \ldots + 6^8) + 3^9\cdot 7^9 = 13\cdot 7\cdot(85^8 + 85^7\cdot 6 + 85^6\cdot 6^2 + \ldots + 6^8) + 3^9\cdot 7^9$ que es un múltiplo de 7.
Puesto que 64, 5 y 7 son primos entre sí, resulta que N es múltiplo de $64\cdot 5\cdot 7 = 2240$, que es el divisor de N buscado.

3. Javier y su nieto celebran su cumpleaños el mismo día. Durante 6 años consecutivos la edad que cumple Javier es múltiplo de la edad que cumple su nieto. ¿Cuántos años le lleva Javier a su nieto?
Buscamos 6 números consecutivos compuestos (no primos) o 5 números consecutivos de manera que el cuarto sea múltiplo de 5 y el anterior múltiplo de 4.
Encontramos 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, pero que no cumplen las condiciones exigidas. Los números 61, 62, 63, 64, 65 y 66 cumplen las condiciones de ser múltiplos de 1, 2, 3, 4, 5 y 6, respectivamente. La diferencia de edad es 60 años.

4. En el triángulo ABC el ángulo $\hat{C}$ es de 40º y la altura AH mide lo mismo que la mediana BM. Calcula la medida del ángulo $B\hat{M}C$.



En el triángulo rectángulo CHA: $sen\hat{C} = \dfrac{AH}{2\cdot CM} \Rightarrow AH = 2\cdot CM\cdot sen\hat{C}$

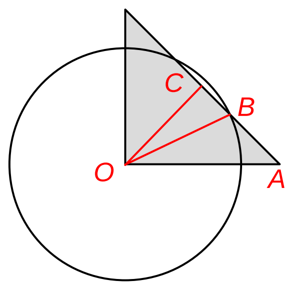
En el triángulo CBM: $\dfrac{MB}{sen\hat{C}} = \dfrac{CM}{sen C\hat{B}M} \Rightarrow MB = \dfrac{CM\cdot sen\hat{C}}{sen C\hat{B}M}$

Como $AH = MB$ se obtiene

$$2\cdot CM\cdot sen\hat{C} = \frac{CM\cdot sen\hat{C}}{sen C\hat{B}M} \Rightarrow sen C\hat{B}M = \frac{1}{2} \Rightarrow C\hat{B}M = 30º$$

Y el ángulo pedido es: 180º – (40º + 30º) = 110º.

5. Una circunferencia de radio 10 tiene su centro en el vértice de un triángulo rectángulo isósceles correspondiente al ángulo recto. La circunferencia corta a la hipotenusa en dos puntos determinando tres segmentos de igual longitud. ¿Cuál es el área del triángulo?



Llamaremos $x = CA$

En el triángulo rectángulo OCB: $10^2 = \left(\dfrac{x}{3}\right)^2 + x^2 \Rightarrow 100 = \dfrac{10x^2}{9} \Rightarrow x^2 = 90$

El área del triángulo es $\dfrac{1}{2}2x\cdot x = x^2 = 90$

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

1º y 2º de ESO.-

1A.- ¿Cuál es el resto de la división del número 2011^{2011} entre 5?

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

Como 2011^{2011} acaba en 1, el resto es 1.

1B.- Sea "T" la respuesta del problema 2B

¿Para cuántos enteros positivos n se verifica que $\frac{37}{T}n$ y $\frac{T}{37}n$ son enteros de cuatro cifras?

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

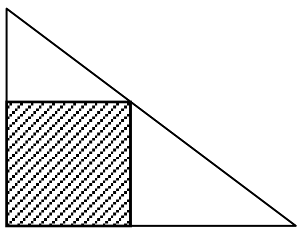
T = 111. $\frac{37}{T}=\frac{37}{111}=\frac{1}{3}$. $\frac{T}{37}=\frac{111}{37}=3$. Hay que buscar los valores de n para los que $\frac{1}{3}n$ y $3n$ son números de 4 cifras.

$\left.\begin{array}{l}1000\le \frac{1}{3}n\le 9999\\ 1000\le 3n\le 9999\end{array}\right\}\Rightarrow 3000\le n\le 3333$. Como n ha de ser múltiplo de 3 para que $\frac{1}{3}n$ sea entero,

tendremos: $\frac{3333-3000}{3}+1=112$

1C.- Sea "T" la respuesta del problema 2C.

En el triángulo rectángulo de hipotenusa T cm y catetos de longitud entera, en cm, está inscrito un cuadrado, como se muestra en la figura. ¿Cuál es, en cm^2, el área de este cuadrado?



(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

T = 5. Los catetos han de ser 3 y 4, ya que son enteros.

Por semejanza de triángulos se obtiene:

$\frac{3-l}{3}=\frac{l}{4}\Rightarrow 7l=12\Rightarrow l=\frac{12}{7}$ El área del cuadrado $S=l^2=\frac{144}{49}$

XI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

19 de noviembre de 2011

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

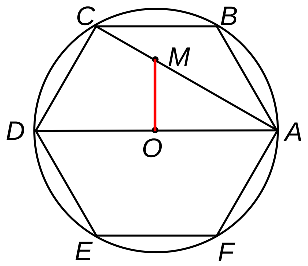
3º y 4º de ESO.-

.

2A.- Sea "T" la respuesta del problema 3A.

La respuesta T es de la forma $a - b\sqrt{2}$.

En la circunferencia de centro O se ha inscrito un hexágono regular. M es un punto de la cuerda AC tal que $A\hat{M}O = 60º$ y $MO = a + b$. Calcula la longitud de DC.



(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

T = $3 - 2\sqrt{2}$. $MO = 3 + 2 = 5$

Como $O\hat{A}M = 30º$ y $O\hat{M}A = 60º$, el triángulo OAM es rectángulo y por lo tanto $OA = OM \cdot tg60º = 5\sqrt{3} = DC$ ya que en el hexágono regular el radio es igual al lado.

2B.- ¿Cuál es el valor del entero positivo n que verifica $888 \cdot 111 = 2 \cdot (2n)^2$?

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

$888 \cdot 111 = 8 \cdot 111^2 = 2 \cdot 2^2 \cdot 111^2 = 2 \cdot (2 \cdot 111)^2 = 2 \cdot (2n)^2$. De aquí se concluye que $n = 111$

2C.- Sea "T" la respuesta del problema 3C.

La media de los números x, 3, $4x - 3$, $x + 4$, -16, 9, $x - 4$ es $\frac{5}{T}$.

¿Cuál es la mediana de estos siete números?

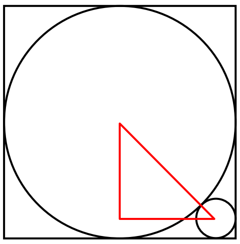
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

T = $\frac{5}{4}$ y $\frac{5}{T} = 4$

La media de esos números es: $(7x - 7) : 7 = 4 \rightarrow x = 5$. Los números dados, una vez ordenados, son: -16, 1, 3, 5, 9, 9, 17 siendo la mediana el 5.

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

Bachillerato.-



3A.- Sea "T" la respuesta del problema 1A.
Las dos circunferencias de la figura son tangentes entre sí y también tangentes al cuadrado de lado *2T*. Halla el radio de la circunferencia pequeña.
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)
T = 1.
$(1 - r)^2 + (1 - r)^2 = (1 + r)^2 \rightarrow 0 = r^2 - 6r + 1 \rightarrow r = 3 \pm 2\sqrt{2}$. La solución válida es $r = 3 - 2\sqrt{2}$ ya que tiene que ser menor que 1.

3B.- Sea "T" la respuesta del problema 1B.
Sea *n* la suma de las cifras de *T*.
En una progresión aritmética de números reales la suma de los dos primeros términos es 7 y la suma de los seis primeros es 91. Calcula la suma de los *n* primeros términos de la progresión.
(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)
T = 112, por lo que $n = 4$.
$x + (x + d) = 7 \rightarrow 2x + d = 7$. $x + (x + d) + (x + 2d) + (x + 3d) + (x + 4d) + (x + 5d) = 91 \rightarrow 6x + 15d = 91$.
Resolviendo el sistema se obtiene $x = \frac{7}{12}$, $d = \frac{35}{6}$.
La suma de los 4 primeros términos de la progresión es $4x + 6d = 4\cdot\frac{7}{12} + 6\cdot\frac{35}{6} = \frac{7}{3} + 35 = \frac{112}{3}$.

3C.- La expresión $\log_c(a+b) = \log_c a + \log_c b$ suele ser una barbaridad pero hay un número *x* para el que $\log_{2011}(5+x) = \log_{2011} 5 + \log_{2011} x$. Calcula ese número *x*.
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)
La respuesta es:

$$\log_{2011}(5+x) = \log_{2011} 5 + \log_{2011} x = \log_{2011}(5x) \Rightarrow 5 + x = 5x \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$