Problemas de proporcionalidad

1. Proporcionalidad directa

Un coche recorre 350 km en 7 horas. Si mantiene la misma velocidad, ¿cuánto tardará en recorrer 500 km?

Método 1

Distancia (km)	Tiempo (h)
350	7
500	x

Para hacer el doble de distancia se necesita el doble de tiempo: las magnitudes son directamente proporcionales.

Por ello, los cocientes de valores de una magnitud entre los valores correspondientes de de la otra coinciden:

$$\frac{350}{7} = \frac{500}{x} \Rightarrow 350x = 500 \cdot 7 \Rightarrow x = \frac{500 \cdot 7}{350} \Rightarrow x = 10 horas$$

Método 2

Distancia (km)	Tiempo (h)
350	7
500	x

Para hacer el doble de distancia se necesita el doble de tiempo: las magnitudes son directamente proporcionales.

Escribimos los cocientes tal y como están en la tabla:

$$\frac{350}{500} = \frac{7}{x} \Rightarrow 350x = 500 \cdot 7 \Rightarrow x = \frac{500 \cdot 7}{350} \Rightarrow x = 10 horas$$

Método 3: Reducción a la unidad

Tardamos 7 horas en hacer 350 kilómetros.

¿Y en hacer 1 km? Pues 350 veces menos: $\frac{7}{350} horas$

¿Y en hacer 500 km? Pues 500 veces más: $500 \cdot \frac{7}{350} = 10 horas$

2. Proporcionalidad inversa

A 100 km/h de media, un coche recorre un trayecto en 7 horas. ¿Cuánto tardará en recorrer el mismo trayecto a 70 km/h?

Método 1

Velocidad (km/h)	Tiempo (h)
100	7
70	x

A doble velocidad el trayecto se recorrería en la mitad de tiempo: las magnitudes son inversamente proporcionales.

Por ello, los productos coinciden:

$$100 \cdot 7 = 70x \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 7}{70} \Rightarrow x = 10 horas$$

Método 2

Velocidad (km/h)	Tiempo (h)
100	7
70	x

A doble velocidad el trayecto se recorrería en la mitad de tiempo: las magnitudes son inversamente proporcionales.

Uno de los cocientes se invierte:

$$\frac{70}{100} = \frac{7}{x} \Rightarrow 70x = 100 \cdot 7 \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 7}{70} \Rightarrow x = 10 horas$$

Método 3: Reducción a la unidad

A 100 km/h tarda 7 horas.
¿Y a 1 km/h? Pues 100 veces más: $100 \cdot 7 horas$
¿Y a 70 km/h? Pues 70 veces menos: $\frac{100 \cdot 7}{70} = 10 horas$

3. *Proporcionalidad compuesta*

Tres obreros tardan en levantar un muro de ladrillo de 10 metros 60 horas. ¿Cuánto tardarán 5 obreros en levantar un muro de 20 metros?

Método 1

Se compara la magnitud de la incógnita con las otras magnitudes:

- Número de obreros-tiempo: a mayor número de obreros, la duración de la obra será menor, por lo que son inversamente proporcionales.
- Muro-tiempo: a mayor longitud de muro, más tiempo se tardará en realizar la obra, luego son directamente proporcionales.

Número obreros	Muro (m)	Tiempo (h)
3	10	60
5	20	x

D.P

I.P.

Los datos se escriben en los cocientes tal y como están en la tabla, salvo los de las magnitudes inversamente proporcionales, que se invierten. En este caso, el número de obreros:

$$\frac{5}{3}\cdot\frac{10}{20}=\frac{60}{x} \Rightarrow 5\cdot 10\cdot x = 3\cdot 20\cdot 60 \Rightarrow x=\frac{3\cdot 20\cdot 60}{5\cdot 10} \Rightarrow x = 72 horas$$

Método 2: Reducción a la unidad

Tardan 60 horas.

¿Y si se levanta solo 1 metro de muro? Diez veces menos: $\frac{60}{10} horas$

¿Y si se levantan 20 metros? Veinte veces más: $20\cdot\frac{60}{10} horas$

¿Y si lo hace un solo obrero? Pues tres veces más: $\frac{3\cdot 20\cdot 60}{10} horas$

¿Y si lo hacen entre cinco obreros? Cinco veces menos: $\frac{3\cdot 20\cdot 60}{5\cdot 10} horas = 72 horas$