INDETERMINACIÓN 1^{∞}

Sabemos que $\lim\left(1+\frac{1}{c_n}\right)^{c_n} = e$ siempre que $\lim c_n = \pm\infty$.

Sea ahora el límite $\lim {a_n}^{b_n}$, con $\lim a_n = 1$ y $\lim b_n = \infty$, lo cual da lugar a la indeterminación 1^{∞}.

Vamos a resolverla:

$$\lim {a_n}^{b_n} =$$

$$\lim(1 + a_n - 1)^{b_n} =$$

$$\lim\left(1+\frac{1}{\frac{1}{a_n-1}}\right)^{b_n} =$$

$$\lim\left(\left(\left(1+\frac{1}{\frac{1}{a_n-1}}\right)^{\frac{1}{a_n-1}}\right)^{a_n-1}\right)^{b_n} = \lim\left(\left(1+\frac{1}{\frac{1}{a_n-1}}\right)^{\frac{1}{a_n-1}}\right)^{(a_n-1)b_n}$$

Por la hipótesis de partida, dado que $\lim\frac{1}{a_n-1} = \pm\infty$

$$\lim\left(1+\frac{1}{\frac{1}{a_n-1}}\right)^{\frac{1}{a_n-1}} = e$$

Por lo tanto:

$$\boldsymbol{\lim {a_n}^{b_n} = e^{\lim(a_n-1)b_n}}$$